

DOI: 10.7652/xjtuxb201405020

卷积法和角谱法再现显微全息图时补零数的研究

李建素¹, 王昭¹, 高建民², 刘芸¹

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安;

2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对全息图补零法的补零数对再现像和系统效率的影响, 结合数字全息显微术中卷积法和角谱法数字再现的原理和再现面与物体放大像尺寸的关系, 研究补零数对再现像和系统效率的影响, 并采用梯度法来评价再现像的质量。对全息图采用频率滤波提取实像或共轭像的频谱, 再采用卷积法或角谱法数字再现, 获得物体的放大像。结合再现像的质量和效率两方面因素, 提出了补零数的选取依据, 即以再现面的物理尺寸不小于物体的放大像时的最小补零数作为最佳补零数, 此时能以最小的计算量获得最高质量的再现像。通过实验验证, 结果与理论分析一致, 证明了选取补零数的依据。

关键词: 显微全息图; 补零数; 卷积法; 角谱法

中图分类号: O438.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2014)05-0113-05

Zero-Padding Number of Convolution Approach and Angular Spectrum for Reconstructing Microscopic Hologram

LI Jiansu¹, WANG Zhao¹, GAO Jianmin², LIU Yun¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The influence of zero-padding number in zero-padding hologram on reconstructed image and system efficiency is analyzed by combining angular spectrum in digital holographic microscopy with the size relation between magnified image and reconstructed plane. The gradient method is used to evaluate the quality of reconstructed image. The frequency of real image or virtual image is obtained by frequency filter. The object magnified image is obtained by convolution approach or angular spectrum. The evidence of choosing zero padding number is proposed according to the quality of reconstructed image and system efficiency. The experimental results are consistent with theoretical analysis. It demonstrates that the smallest zero-padding number ensuring the size of reconstructed image larger than the magnified image is the best one, at that time the highest quality of reconstructed image is achieved with smallest calculating task.

Keywords: microscopic hologram; zero-padding number; convolution approach; angular spectrum

数字全息显微术因能够同时记录和再现物体的三维信息, 并以无入侵性和非接触的方式对样本进行测量, 在微观粒子成像和跟踪^[1-2]、聚合物生长检测^[3-4]、生物细胞观察^[5-8]等领域得到了广泛的应用。在数字全息中, 最常用的数字再现方法有菲涅耳衍射法, 卷积法和角谱法。其中菲涅耳衍射法是对基尔霍夫衍射理论的一种近似算法, 此算法要求再现距离满足菲涅耳近似条件; 卷积法和角谱法分别以卷积和角谱的形式无近似地表示瑞利-索末菲衍射理论, 实现数字再现。菲涅耳法适用于再现距离大

于额定距离的数字再现,卷积法和角谱法适用于再现距离小于额定距离的数字再现^[9],且能够无近似地再现物光波。因此,卷积法、角谱法比菲涅耳法能够更准确地再现全息图。但是卷积法再现显微全息图时获得的再现像常常折叠,如北京工业大学的赵洁等人采用卷积法再现时,当再现距离大于最佳再现距离时,再现像被放大、发生折叠、视场不完整^[10]。日本群馬大学的 Zhang 等人采用卷积法再现时,再现像出现折叠,未能获得正确的再现像^[11]。法国勒芒大学的 Picart 等人采用卷积法再现时,再现像出现折叠,零级像干扰再现像^[12]。上述折叠现象发生是由于卷积法再现时再现面的物理尺寸小于再现像的物理尺寸,从而导致了再现像面的折叠。角谱法和卷积法唯一区别是它们的传递函数在不同的域表示——卷积法的传递函数在空域表示,角谱法的传递函数在频域表示。角谱法与卷积法的计算理论是一样的,因此在角谱法再现显微全息图时也会常常会出现再现像的折叠。

为了避免卷积法和角谱法再现显微全息图时导致再现像的折叠,赵洁, Zhang 和 Picart 等人提出了在全息图周围填充灰度值为零的像素,进而增大再现面的物理尺寸的方法,即全息图补零法,以获得无折叠的再现像^[10-12]。但是,他们并未就补零数对再现像和系统效率的影响进行系统的分析,也未给出补零数的选取依据。本文在卷积法和角谱法基本原理的基础上,结合放大像尺寸与再现面尺寸的关系,分析了补零数对再现像和系统效率的影响,给出了最佳补零数选取的理论和实验依据。

1 数字再现原理

数字全息显微术中的坐标关系如图 1 所示。

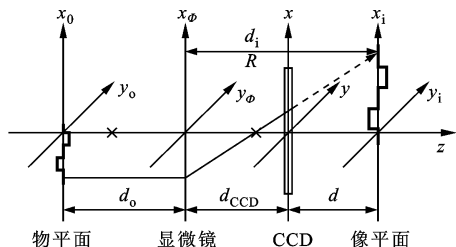


图 1 数字全息显微术坐标示意图

根据瑞利-索末菲衍射理论和线性系统理论,数字再现的物光波为

$$O(x_i, y_i) = \iint C(x, y) I(x, y) h(x_i - x, y_i - y) dx dy \quad (1)$$

式中: $I(x, y)$ 和 $C(x, y)$ 分别为全息图和再现光的表达式; $h(x, y)$ 为光波衍射的脉冲响应, 可表示为

$$h(x, y) = \frac{d}{j\lambda} \frac{\exp(jk(d^2 + x^2 + y^2)^{1/2})}{d^2 + x^2 + y^2} \quad (2)$$

其中 d 为记录距离, λ 为激光波长。

对式(2)做傅里叶变换, 可得

$$H(f_x, f_y) = \text{FFT} \left\{ \frac{d}{j\lambda} \frac{\exp(jk(d^2 + x^2 + y^2)^{1/2})}{d^2 + x^2 + y^2} \right\} = \exp(jk(1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2)^{1/2}) \Big|_{f_x = \frac{x_i}{\lambda d}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d}} \quad (3)$$

式中: $H(f_x, f_y)$ 是光波衍射的传递函数; $\text{FFT}\{A\}$ 为 A 的傅里叶变换。根据卷积定理, 式(1)可以改写为

$$\text{FFT}\{O(x_i, y_i)\} = \text{FFT}\{C(x, y) I(x, y)\} H(f_x, f_y) \quad (4)$$

对式(4)两边同时做逆傅里叶变换, 并结合式(1)可得再现物光波为

$$O(x_i, y_i) = \text{IFFT}\{\text{FFT}\{C(x, y) I(x, y)\} \cdot \text{FFT}(h(x, y))\} \quad (5)$$

或

$$O(x_i, y_i) = \text{IFFT}\{\text{FFT}\{C(x, y) I(x, y)\} \cdot H(f_x, f_y)\} \quad (6)$$

式中: $\text{IFFT}\{A\}$ 为 A 的逆傅里叶变换。式(5)为卷积法数字再现的表达式, 式(6)为角谱法数字再现的表达式。式(5)和式(6)仅传递函数的表示形式不同, 但都是首先对全息图进行一次傅里叶变换后与传递函数相乘, 再做逆傅里叶变换获得再现物光波。全息图经历了 2 次傅里叶变换之后得到再现物光波, 故再现面与全息图同属于空域, 表明卷积法和角谱法再现的再现面的像素大小与全息图的像素大小相等, 因而它们的再现面尺寸为

$$S_i = M\Delta x_i \times N\Delta y_i \quad (7)$$

式中: M, N 为全息图的像素数; $\Delta x_i, \Delta y_i$ 为再现面的像素大小。

本文首先对全息图采用频率滤波提取实像或共轭像的频谱, 再采用卷积法或角谱法数字再现, 获得物体的放大像, 流程如图 2 所示。

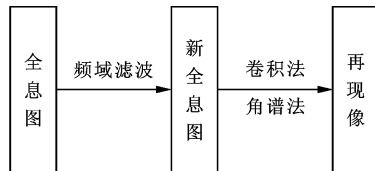


图 2 数字全息再现流程图

数字再现获得的物体放大像的尺寸为

$$S_{\beta o} = \beta X \times \beta Y \quad (8)$$

式中: β 为系统的放大倍数; X 、 Y 分别为物体的长和宽。数字全息显微术再现获得物体放大的像,再现面的尺寸可能小于放大像,即 $S_{\beta o} > S_i$ 。此时为避免采用快速傅里叶变换实现卷积法或角谱法而导致的再现像折叠,有学者提出对全息图补零以增大再现面的尺寸,从而获得无折叠的再现像。当再现面的物理尺寸小于物体的放大像,即 $M < \beta X / \Delta x_i$, $N < \beta Y / \Delta y_i$ 时,需对全息图补零至 $M' \geq \beta X / \Delta x_i$, $N' \geq \beta Y / \Delta y_i$,以获得不折叠的再现像。本文的补零方式是在全息图的 x 、 y 方向分别对称地补相同数量的零,后续提到的补零数都是指在某一方向上某一边的补零数。因此,对全息图补零的最小补零数为

$$\begin{cases} M_{\text{paddingmin}} = (\beta X / \Delta x_i - M) / 2 \\ N_{\text{paddingmin}} = (\beta Y / \Delta y_i - N) / 2 \end{cases} \quad (9)$$

因卷积法和角谱法再现时,再现面的像素大小与 CCD(Charged-Coupled Device)面的像素大小相等,即 $\Delta x_i = \Delta x$, $\Delta y_i = \Delta y$,则式(9)可改写为

$$\begin{cases} M_{\text{paddingmin}} = (\beta X / \Delta x - M) / 2 \\ N_{\text{paddingmin}} = (\beta Y / \Delta y - N) / 2 \end{cases} \quad (10)$$

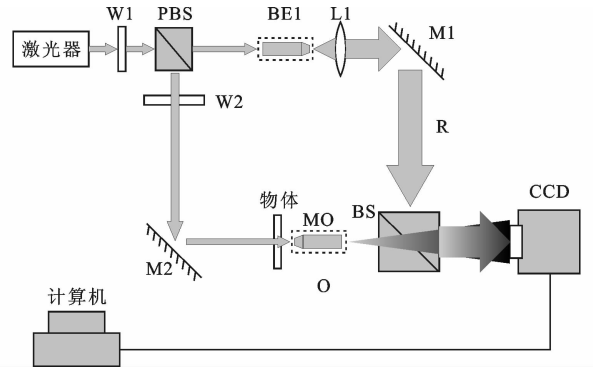
式(10)决定的补零数即为最佳补零数,此时能够以最高的效率获得高质量的再现像。当补零数大于式(10)的补零数时,再现像质量保持恒定,但计算量随着补零数的增加而增大,导致效率降低。

2 实验结果和分析

为了验证理论分析,进行了相应的实验。实验光路如图3所示,图中 He-Ne 激光器发出的光经过 W1(1/2 波片)和偏振分光棱镜(PBS)分为两束,一束经空间滤波器(BE1)扩束和透镜 L1 准直后作为参考光(R);另一束经 W2(1/2 波片)后直接照射物体并被显微物镜(MO)放大后作为物光(O),物光与参考光波经分光棱镜合束后干涉形成全息图。图中 M1、M2 均为反射镜。显微物镜的放大倍数为 10,数值孔径为 0.25。物体为 USAF1951 分辨率板的 6 组和 7 组黑白条纹,其尺寸 $X \times Y$ 为 $0.2 \text{ mm} \times 0.2 \text{ mm}$ 。分辨率板的最小线宽为 $2.19 \mu\text{m}$ 。

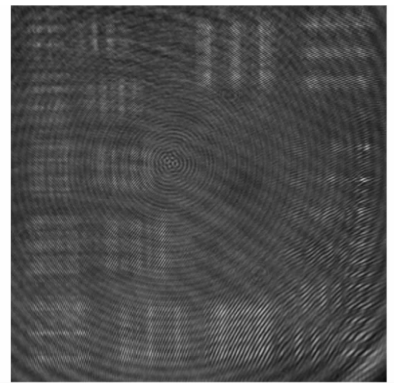
实验获得了多组数据,且数据具有较好的一致性。本文列举了一组实验数据,采集的全息图如图 4a 所示,其像素数为 842×842 ,像素大小为 $9 \mu\text{m} \times 9 \mu\text{m}$,记录距离 d 为 214.02 mm。系统放大倍数 β 经分辨率板标定为 51.4。因为卷积法和角谱法对全息图的处理相同,仅是计算时的传递函数表达形式不同,故这两种方法的数字再现结果近似,所以本文仅讨论卷积法数字再现的情况。按照图 2 所示的

流程对全息图进行处理,采用卷积法数字再现全息图得到再现像,如图 4b 所示。

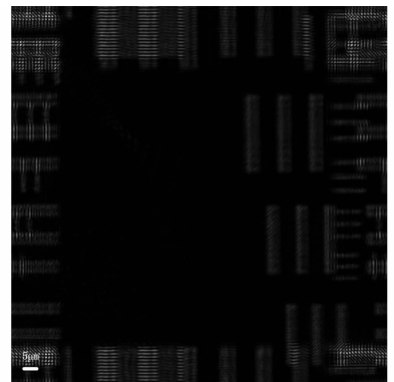


W1:1/2 波片;W2:1/2 波片;MO:显微物镜;BE1:空间滤波器;L1:透镜;M1,M2:反射镜;PBS:偏振分光棱镜;BS:分光棱镜

图3 预放大数字全息系统光路图



(a)全息图



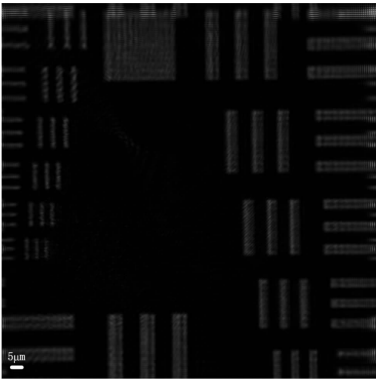
(b)卷积法再现的再现像

图4 全息图与再现像

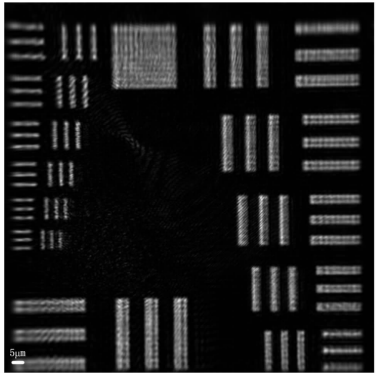
因 $\beta X = 51.4 \times 0.2 \text{ mm} = 10.28 \text{ mm}$, $M_{\Delta x} = 7.578 \text{ mm}$, $10.28 > 7.578$,导致了再现像折叠,因此需对全息图补零后再进行数字再现。由于待测物体的长宽相等,为简化计算,仅分析 x 方向再现像。据式(9),全息图补零后最小像素数 $M' = \beta X / \Delta x = 1142$ 。全息图最小补零数为

$$M_{paddingmin} = (\beta X / \Delta x - M) / 2 = 150 \quad (11)$$

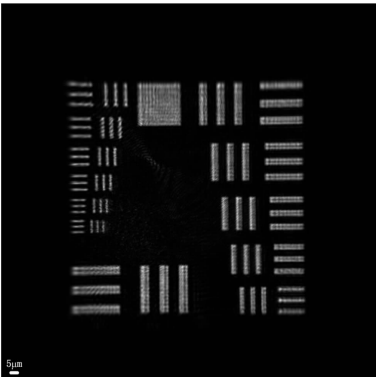
设全息图的纵向补零数 $M_{padding}$ 的范围为 50~450, 横向补零数 $N_{padding}$ 的范围为 50~450, 补零数每增加 50 像素数, 再现一次再现像。为了简洁, 本文不列出每个补零数对应获取的再现像, 仅列出具有代表性的 3 幅再现像(见图 5)。由图 5 可知: 当补零数小于 150 时, 再现像折叠, 且再现像的对比度很低; 当补零数等于 150 时, 再现像清晰, 再现像对比度很高, 且能分辨分辨率板的 7.6 组条纹, 分辨率大于 $2.19 \mu\text{m}$; 当补零数大于 150 时, 再现像仍能分辨分辨率板的最高级条纹, 分辨率大于 $2.19 \mu\text{m}$ 。



(a) $M_{padding} = 100, N_{padding} = 100$



(b) $M_{padding} = 150, N_{padding} = 150$



(c) $M_{padding} = 450, N_{padding} = 450$

图 5 不同补零数数字再现获得的再现像

从理论上分析, 随着补零数的增加, 仅是增加了再现面的尺寸, 当保证再现面能够容纳放大像之后, 再现像都能够清晰再现。实验结果与理论分析一致, 当补零数等于 150 时, 再现像不折叠, 与第 2 节给出的最小补零数吻合。将再现像折叠时的再现像质统一视为 0, 采用图像的梯度法评价不重叠的再现像。设再现像的灰度为 $f(x, y)$, 则再现像的梯度表示为

$$\nabla f(x, y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (G_x^2 + G_y^2) \quad (12)$$

式中: G_x 、 G_y 分别为再现像的横向梯度和纵向梯度。本文采用 Sobel 梯度算子理论。由式(12)获得的图像梯度值越大, 说明图像的边缘越陡峭, 图像的对比度越大, 图像的质量越好。评价结果如图 6 所示。

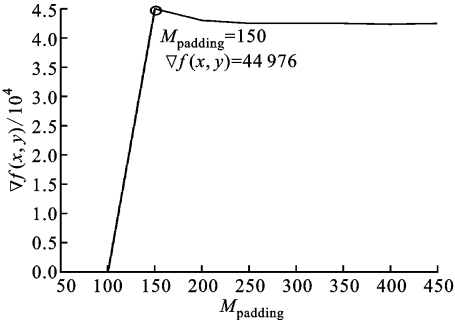


图 6 再现像质量图

由图 6 得, 当补零数为 150 时, 再现像的质量最好。补零数为 150 正是计算得到的最小补零数, 表明当补零数为最小补零数时, 再现像质量最好。当补零数大于 150 时, 随着补零数的增加, 再现像的质量略有降低, 并最后保持恒定。这是因为补零数大于最小补零数后, 继续增加补零数时, 再现像周围的噪声进入再现面, 导致再现像的质量稍有降低, 但频率滤波获取的频谱里含有的噪声是固定的, 噪声不会随着补零数的增加继续增大。

为了评估不同补零数的计算耗时, 给出了补零数与耗时的关系, 如图 7 所示。由图 7 可得, 随着补零数的增大, 计算时间增加, 整个系统的效率越来越

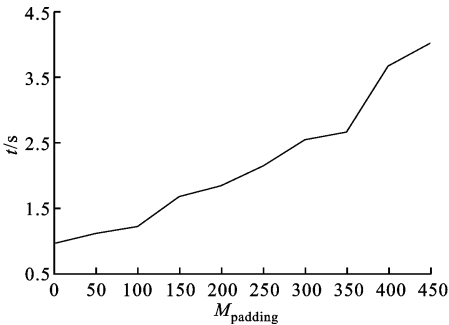


图 7 补零数与计算耗时的关系

低。考虑再现像的质量和效率两方面,应选择补零数为150,此时既能获得高质量的再现像,又能以最短的时间完成计算。

实验表明,应选择恰好能使再现面尺寸等于放大像尺寸时的补零数作为最佳补零数,此时能以最高的效率获得最高质量的再现像。实验结果与理论分析一致。

3 结 论

本文结合数字全息显微术中卷积法和角谱法数字再现的原理和再现面与物体放大像尺寸的关系,系统地就补零数对再现像和系统效率的影响进行了分析研究,并提出了补零数的选取依据。通过理论分析和实验,论证了选择使再现面尺寸等于物体放大像尺寸时的最小补零数作为最佳的全息图补零数,能以最高效率获得最高质量的再现像。

参考文献:

- [1] GE Baozhen, LV Qieni, ZHANG Yimo. Particle digital in-line holography with spherical wave recording [J]. Chinese Optics Letters, 2003, 1(9): 517-519.
- [2] 吕旦妮,葛宝臻,高岩,等.乙醇喷雾场粒子尺寸和速度的数字全息测量[J].光子学报,2010,39(2): 266-270.
LV Qieni, GE Baozhen, GAO Yan, et al. Simultaneous measurement of size and velocity of alcohol spray with digital holography [J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(2): 266-270.
- [3] CAVALLINI L, BOLOGNESI G, LEONARDO R D. Real-time digital holographic microscopy of multiple and arbitrarily oriented planes [J]. Optics Letters, 2011, 36(17): 3491-3493.
- [4] MEROLA F, MICCIO L, PATURZO M, et al. Driving and analysis of micro-objects by digital holographic microscope in microfluidics [J]. Optics Letters, 2011, 36(16): 3079-3081.
- [5] SHIN D, DANESHPANAH M, ANAND A, et al. Optofluidic system for three-dimensional sensing and identification of micro-organisms with digital holographic microscopy [J]. Optics Letters, 2010, 35(23): 4066-4068.
- [6] KEMPER B, BALLY G V. Digital holographic microscopy for live cell applications and technical inspection [J]. Applied Optics, 2007, 47(4): 52-61.

- [7] RAPPAZ B, MARQUET P, CUCHE E, et al. Measurement of the integral refractive index and dynamic cell morphometry of living cells with digital holographic microscopy [J]. Optics Express, 2005, 13(23): 9361-9373.
- [8] JAVIDI B, MOON I, YEOM S, et al. Three-dimensional imaging and recognition of microorganism using single-exposure on-line (SEOL) digital holography [J]. Optics Express, 2005, 13(12): 4492-4506.
- [9] SYPEK M, PROKOPOWICZ C, GÓRECKI M. Image multiplying and high-frequency oscillations effects in the Fresnel region light propagation simulation [J]. Optical Engineering, 2003, 42(11): 3158-3164.
- [10] 赵洁. 微结构相衬成像的数字全息方法研究 [D]. 北京: 北京工业大学, 2011.
- [11] ZHANG F, YAMAGUCHI I, YAROSLAVSKY L P. Algorithm for reconstruction of digital holograms with adjustable magnification [J]. Optics Letters, 2004, 29(14): 1668-1670.
- [12] LI J C, TANKAM P, PENG Z J, et al. Digital holographic reconstruction of large objects using a convolution approach and adjustable magnification [J]. Optics Letters, 2009, 34(5): 572-574.

[本刊相关文献链接]

- 田福庆,罗荣,李万,等.改进的卷积型小波包分解及在故障诊断中的应用.2014,48(3):89-95. [doi:10.7652/xjtuxb201403017]
- 杜飞,洪军,李宝童,等.结合面参数的超声检测方法研究.2013,47(3):18-23. [doi:10.7652/xjtuxb201303004]
- 曲翀,王秀丽,谢绍宇,等.含风电电力系统随机生产模拟的改进算法.2012,46(6):115-121. [doi:10.7652/xjtuxb201206020]
- 张先玉,刘郁林,王开.超宽带通信压缩感知信道估计与信号检测方法.2010,44(2):88-91. [doi:10.7652/xjtuxb201002018]
- 方杰,韦穗,霍修坤.超声衍射层析成像的高精度核卷积插值重建算法.2009,43(10):94-98. [doi:10.7652/xjtuxb200910020]
- 何茂刚,郭盈,钟秋,等.一种新的测定流体质扩散系数的全息干涉图像处理办法.2008,42(11):1350-1355. [doi:10.7652/xjtuxb200811008]
- 廖与禾,张鹏,郎根峰.移相轨迹及其在全息动态平衡中的应用.2008,42(7):803-806. [doi:10.7652/xjtuxb200807004]

(编辑 赵炜)